

Université Paris 7
Algorithmique Avancée – M1
TD du 25 Février 2009 : Fin de résolution
de systèmes d'équations linéaires
et méthode du simplexe avancée

Exercice 1 — Résolution de système singulier Résoudre le système $Ax = b$ avec

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 2 & 8 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 10 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 13 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 15 \end{bmatrix}$$

et

$$b = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix} \quad \text{et } b = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Exercice 2 — Matrices bandes Une matrice carrée est dite k -bande si tous les éléments sont nuls, sauf ceux appartenant aux k sur-diagonales et aux k sous-diagonales.

Si A a B sont k -bandes, est-il vrai que leur produit soit ℓ -bande pour un certain entier ℓ et si oui, l'entier ℓ s'exprime-t-il facilement en fonction de k ?

Exercice 3 — Algorithme avancé On considère le problème suivant
 maximiser $19x_1 + 13x_2 + 12x_3 + 17x_4$

soumis aux contraintes

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &\leq 225 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 117 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 &\leq 420 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Sachant que les variables basiques à une étape sont x_1, x_3, x_7 , calculer le tableau qui correspond.

Ce tableau donne-t-il la valeur maximale? Sinon, dire quelles sont les variables entrante et sortante et donner le tableau suivant.

Mêmes questions avec les variables basiques x_1, x_3, x_4 .