

Noyaux dans les graphes orientés aléatoires

Dans un graphe orienté $D = (V, E)$ (où V est l'ensemble des sommets et E l'ensemble des arcs entre ces sommets), un ensemble de sommets $V_1 \subseteq V$ est dit *dominant* si et seulement si chaque sommet de $V \setminus V_1$ possède un arc sortant de V_1 . Un ensemble de sommets V_2 est dit *indépendant* si et seulement si il n'existe aucun arc entre deux sommets de V_2 . Un *noyau* est alors un ensemble non vide de sommets à la fois indépendant et dominant.

Le processus, noté $D(n, p)$, de génération d'un digraphe aléatoire d'Erdős-Rényi construit alors une structure combinatoire de la manière suivante :

- nous avons n sommets x_1, x_2, \dots, x_n
- un arc entre deux sommets distincts x_i et x_j existe avec une probabilité p .

Quand $p = 0$, le digraphe construit ainsi n'a pas d'arcs et un noyau trivial est l'ensemble de tous les sommets. Quand $p = 1$, le digraphe est complet et chaque sommet x_i représente un noyau.

Le but de ce stage est de considérer dans les valeurs non triviales de p telles qu'un objet engendré par le processus aléatoire possède asymptotiquement presque sûrement un noyau. L'étudiant devra mettre en œuvre une approche basée sur la *combinatoire énumérative* et *analytique* ainsi que sur les *méthodes probabilistes*. Par la suite, on peut envisager d'élaborer et d'analyser des algorithmes de recherche de ce(s) noyau(x).

Contact : vlad@liafa.jussieu.fr