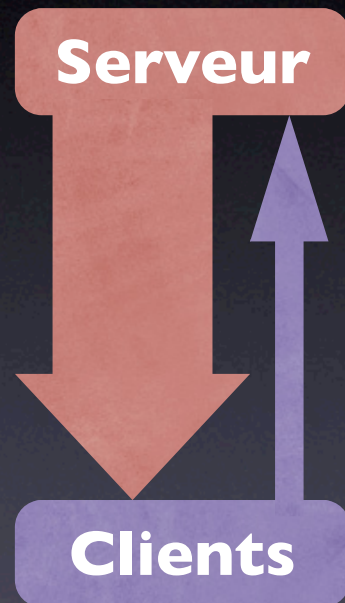


# *Diffusion de journaux personnalisés*

Sandeep Dey & Nicolas Schabanel  
*LIP - CNRS - École normale supérieure de Lyon*



# *Dissémination*



## **Média asymétriques**

*Naturellement diffusant* : Réseaux sans fil, Satellite, Arbres de multicast, Ethernet, TV par câble, VidéoText, Téléphones mobiles,...

## **Explosion du nombre d'utilisateurs**

Internet sans fil, Systèmes d'information à chaud (trafic, foot,...),...

***Absurde de traiter chaque requête individuellement***  
(surcharge des serveur et réseau)

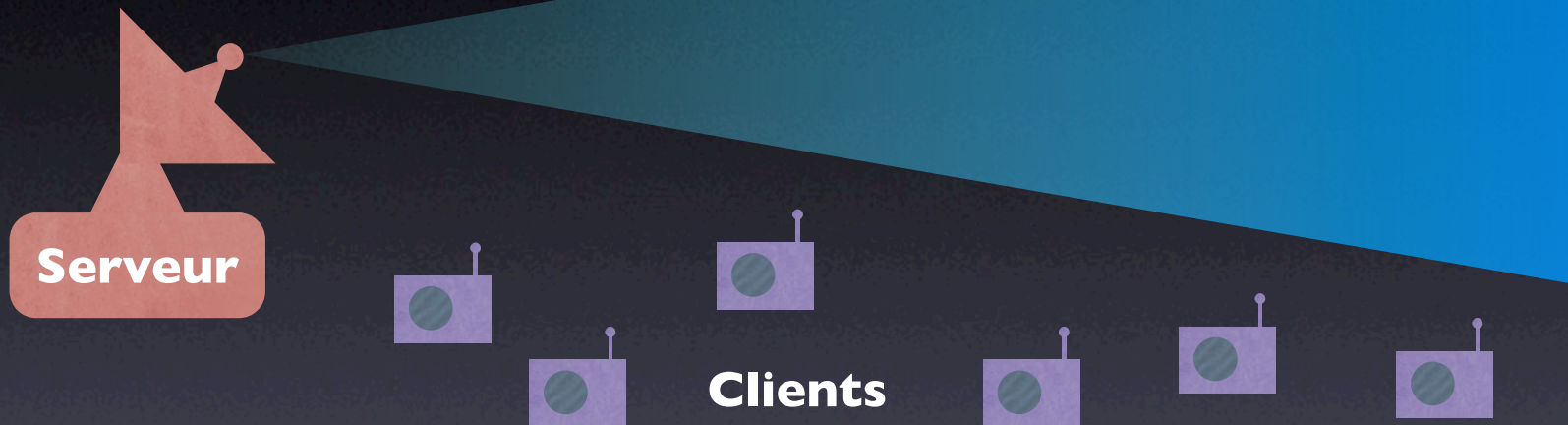
# Protocoles de dissémination



Le serveur connaît un **profil** des utilisateurs :  
*la répartition des requêtes*

**Aucune requête n'est transmise au serveur**  
(serveur "push" vs "pull")

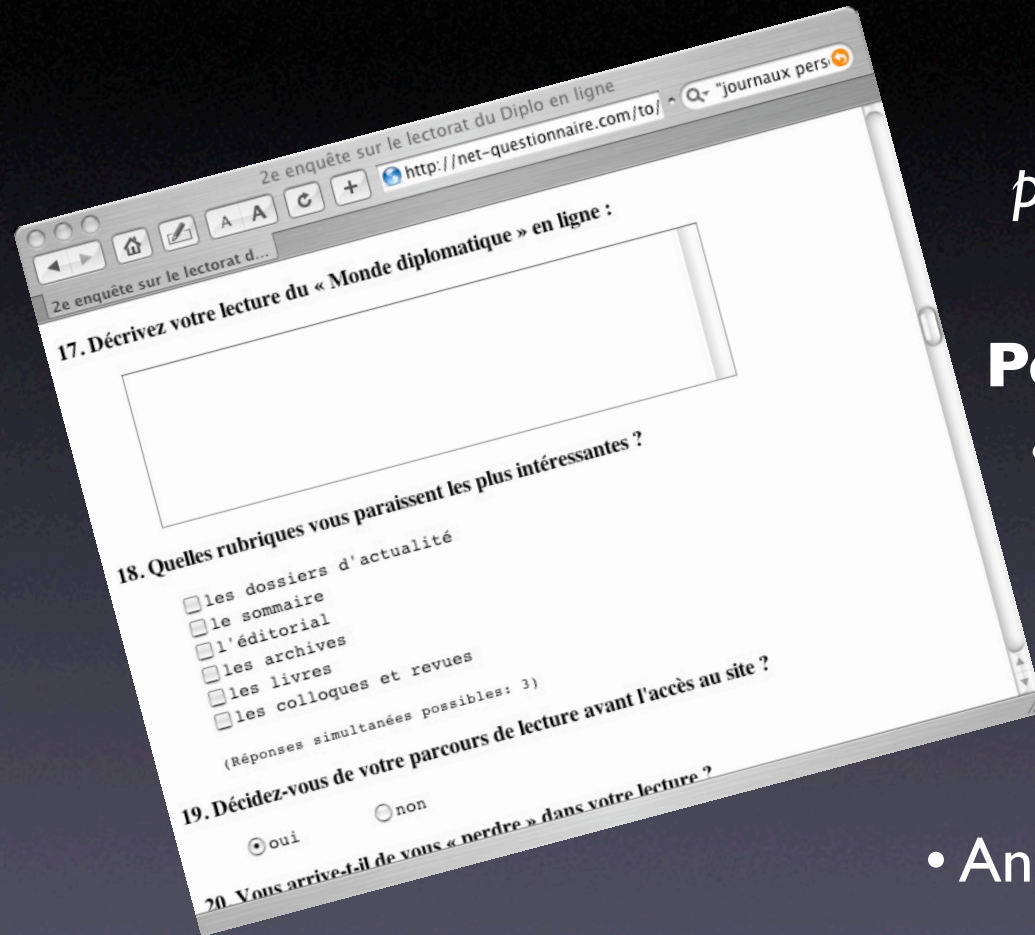
# Protocoles de dissémination



Le serveur connaît un **profil** des utilisateurs :  
*la répartition des requêtes*

**Aucune requête n'est transmise au serveur**  
(serveur "push" vs "pull")

# Collecte des profils



**Web** : parcours du site à pondérer par les popularités des pages (via les traces)

**Popularités des pages :**

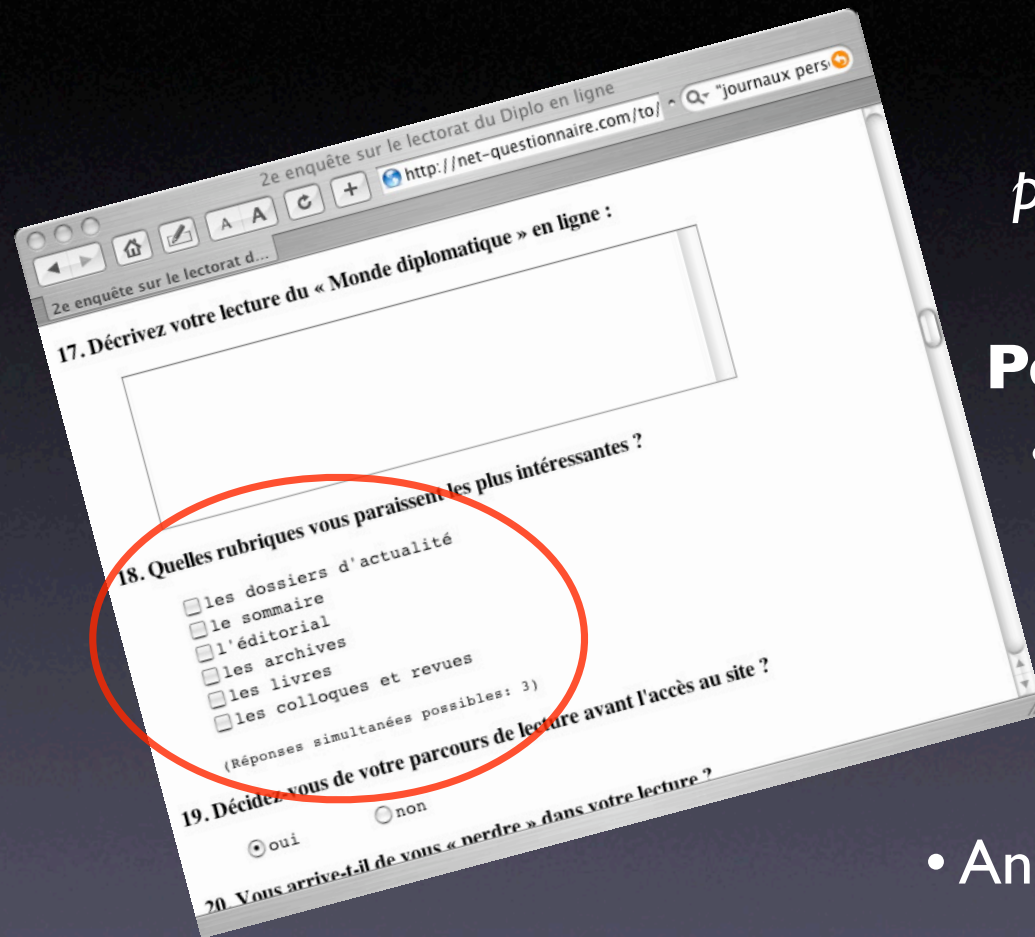
- Remplir un questionnaire à l'inscription

- Enregistrement du comportement de l'utilisateur 

- Analyse des échanges 


Les serveurs disposent d'une information sur les **corrélations** entre les différents éléments

# Collecte des profils



**Web** : parcours du site à pondérer par les popularités des pages (via les traces)

**Popularités des pages :**

- Remplir un questionnaire à l'inscription
- Enregistrement du comportement de l'utilisateur 

- Analyse des échanges 

Les serveurs disposent d'une information sur les **corrélations** entre les différents éléments

# Autre exemple de dépendances



Chaque page à diffuser est composée d'**éléments qui sont partagés** entre différentes pages

La page est téléchargée lorsque **tous** les éléments qui la composent sont téléchargés

# Autre exemple de dépendances



Chaque page à diffuser est composée d'**éléments qui sont partagés** entre différentes pages

La page est téléchargée lorsque **tous** les éléments qui la composent sont téléchargés

# Diffusion de journaux personnalisés

## Instance :

$n$  rubriques (éléments)  $M_1, \dots, M_n$  de longueur 1

$k$  journaux (pages)  $J_1, \dots, J_k \subseteq \{1, \dots, n\}$

les popularités  $p_1, \dots, p_k$  des journaux,  $p_1 + \dots + p_k = 1$

**But :** Un ordonnancement des **rubriques** qui minimise l'**attente pour les journaux** d'un **utilisateur aléatoire**



# Diffusion de journaux personnalisés

## Instance :

$n$  rubriques (éléments)  $M_1, \dots, M_n$  de longueur 1

$k$  journaux (pages)  $J_1, \dots, J_k \subseteq \{1, \dots, n\}$

les popularités  $p_1, \dots, p_k$  des journaux,  $p_1 + \dots + p_k = 1$

**But :** Un ordonnancement des **rubriques** qui minimise l'**attente pour les journaux** d'un **utilisateur aléatoire**



↑  
requête pour **bourse** et **people**

# Diffusion de journaux personnalisés

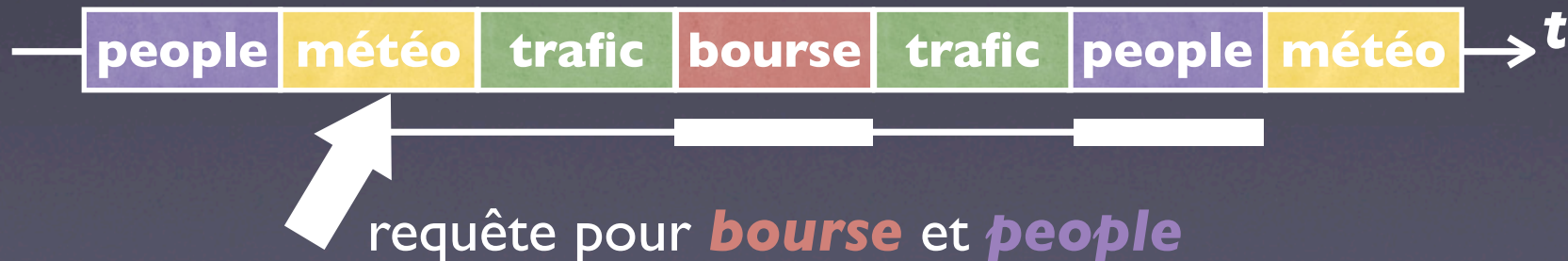
## Instance :

$n$  rubriques (éléments)  $M_1, \dots, M_n$  de longueur 1

$k$  journaux (pages)  $J_1, \dots, J_k \subseteq \{1, \dots, n\}$

les popularités  $p_1, \dots, p_k$  des journaux,  $p_1 + \dots + p_k = 1$

**But :** Un ordonnancement des **rubriques** qui minimise l'**attente pour les journaux** d'un **utilisateur aléatoire**



# Historique (1)

## **NP-difficile en l'absence de dépendances**

si les messages ont un coût *BBNS98*  
ou si les messages sont de longueurs différentes *KS99, S00*

## **Algorithmes en l'absence de dépendances**

- *2*-approximation, *Ammar & Wong 1985*
- *9/8*-approximation, *Bar-Noy, Bhatia, Naor & Scheiber 1998*
- $(1+\epsilon)$ -approximation, *Kenyon, S. & Young 2000*

## **Des travaux sur une variante : broadcast disks**

par *Acharya, Alonso, Franklin & Zdonik 1995*

# Historique (2)

## NP-difficile en présence de dépendances

le cas préemptif NP-difficile dans **S00** est la restriction au cas où tous les journaux sont disjoints

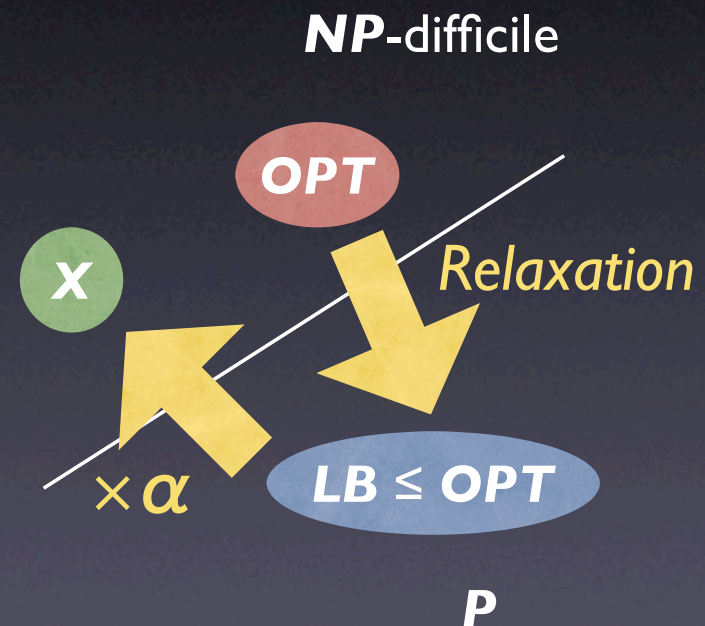
## Algorithmes en présence de dépendances

- Optimal pour **deux rubriques**, Bar-Noy, Shilo, 2000
- 3/2-approximation pour la recherche de la meilleure **permutation** pour des **dépendances portant sur deux rubriques**, Bar-Noy, Naor & Scheiber 2003
- Approche expérimentale, Huang & Chen 2003-2004  
⇒ le traitement des dépendances permet un **gain de performances**

# Algorithmes d'approximation

## Principe d'une $\alpha$ -approximation

1. Rechercher un **minorant**  $LB$  du coût optimal  $OPT$  calculable en temps polynomial
2. En déduire des informations sur  $OPT$
3. Construire une solution  $X$  dont le coût est proche du **minorant** :  
 $\text{coût}(X) \leq \alpha LB \leq \alpha OPT$



# Coût d'un ordonnancement

$$\text{Coût(Ordonnancement)} = \sum_{\text{Journaux } J_j} p_j \cdot \text{Attente moyenne(Journal } J_j)$$



Attente moyenne(Journal  $J_j$ ) =

$$\frac{1}{T} \int_{t=0}^T \max_{\text{Rubrique } M_i \in J_j} \text{attente}(M_i, t) dt$$

# Minorer le coût

Attente moyenne (Journal  $J_j$ )

$$= \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \max_{\text{Rubrique } M_i \in J_j} \text{attente}(M_i, t) dt$$

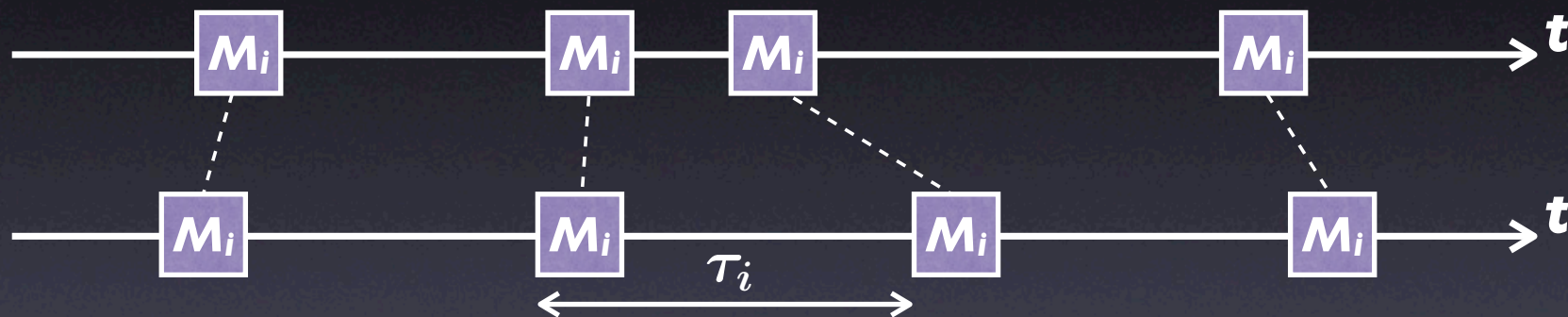
$$\geq \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \text{attente}(M_i, t) dt, \quad \text{pour toute rubrique } M_i \in J_j$$

$$\geq \max_{\text{Rubrique } M_i \in J_j} \text{Attente moyenne}(M_i)$$

$\Rightarrow$  Minorons l'attente moyenne pour chaque rubrique  $M_i$

# Relaxation & Minorant

**Relaxation** : autoriser les recouvrements et optimiser chaque rubrique  $M_i$  indépendamment



Minimum atteint si  $M_i$  est diffusé régulièrement, d'où le **minorant**

$$\text{LB} = \begin{cases} \text{Minimiser} \\ \tau > 0 \end{cases} \sum_{\text{Journaux } J_j} p_j \cdot \max_{\text{Rubrique } M_i \in J_j} \frac{\tau_i}{2}$$

avec  $\frac{1}{\tau_1} + \dots + \frac{1}{\tau_n} \leq 1$

# Résoudre le minorant

$$\text{LB} = \begin{cases} \text{Minimiser} \\ \tau > 0 \end{cases} \sum_{\text{Journaux } J_j} p_j \cdot \max_{\text{Rubrique } M_i \in J_j} \frac{\tau_i}{2}$$

avec  $\frac{1}{\tau_1} + \dots + \frac{1}{\tau_n} \leq 1$

## Programme de minimisation convexe

l'algorithme des ellipsoïdes construit en temps polynomial  
une solution

$$\tau^* \text{ telle que } \text{LB}(\tau^*) \leq \text{LB} + \frac{1}{4}$$

# Résoudre le minorant

$$\text{LB} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser} \\ \tau > 0 \end{array} \sum_{\text{Journaux } J_j} p_j \cdot \frac{\sigma_j}{2} \right.$$

avec  $\tau_i \leq \sigma_j$ , pour tout  $J_j$  et tout  $M_i \in J_j$

$$\frac{1}{\tau_1} + \dots + \frac{1}{\tau_n} \leq 1$$

## Programme de minimisation convexe

l'algorithme des ellipsoïdes construit en temps polynomial  
une solution

$$\tau^* \text{ telle que } \text{LB}(\tau^*) \leq \text{LB} + \frac{1}{4}$$

# Algorithme randomisé

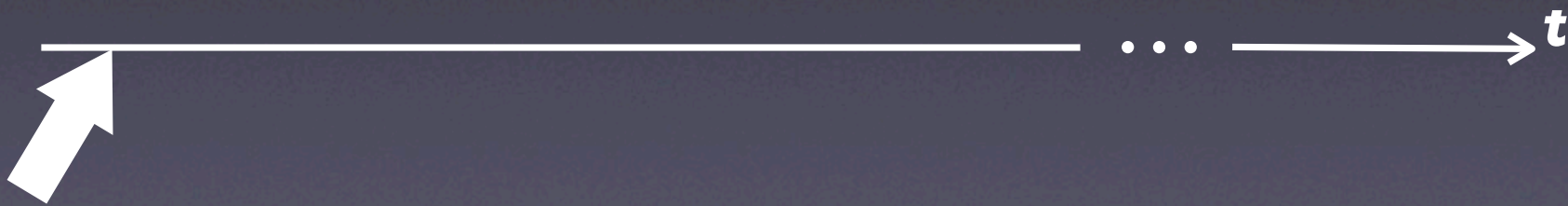
**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

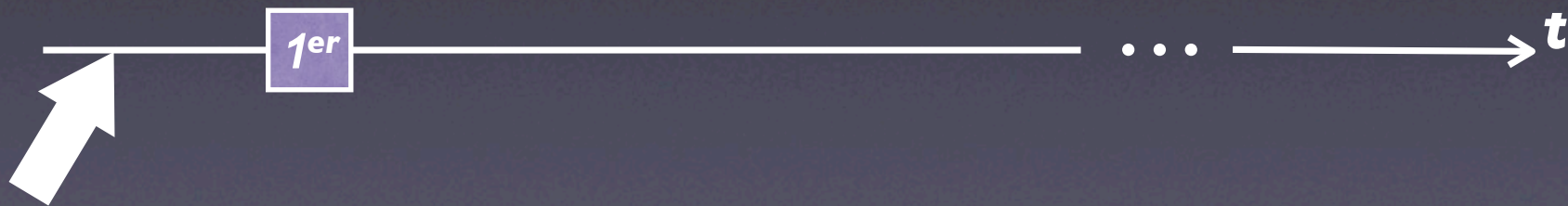
**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

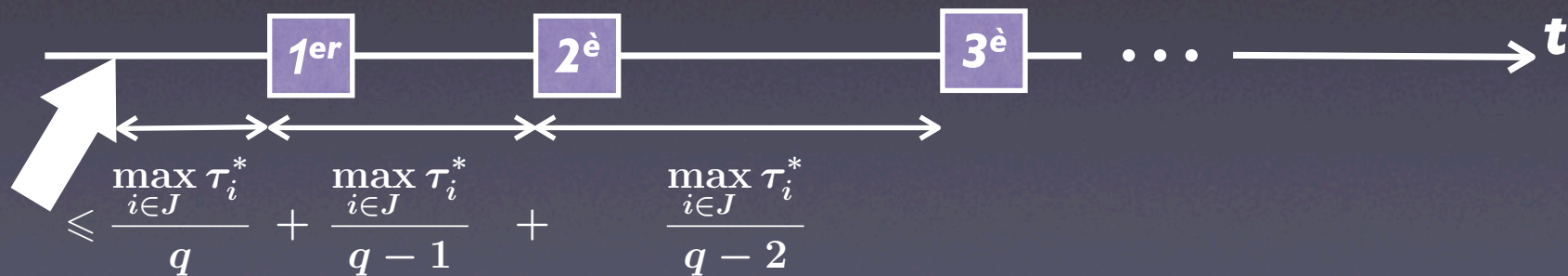
**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

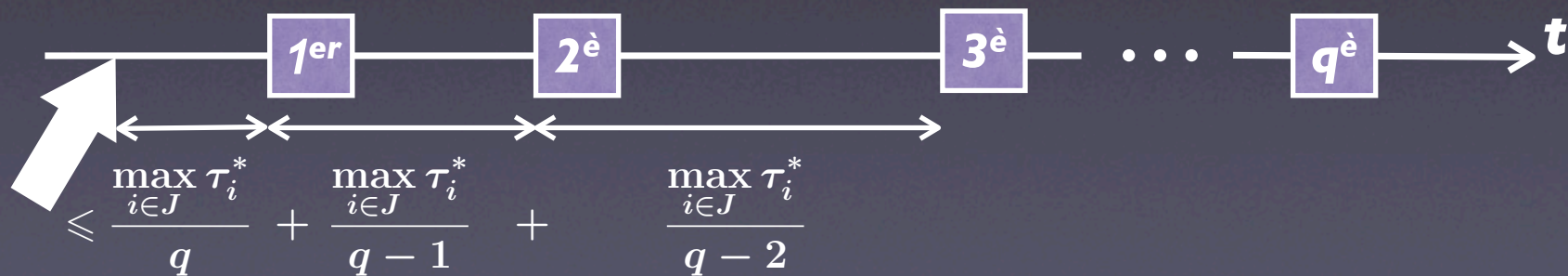
**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

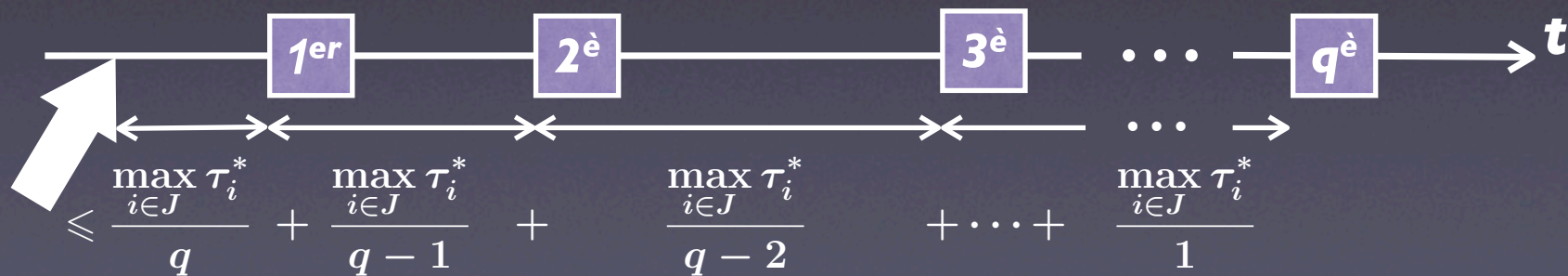
**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut



# Algorithme randomisé

**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance de l'attente pour le journal  $J$  de taille  $q$  vaut

$$\leq \frac{\max_{i \in J} \tau_i^*}{q} + \frac{\max_{i \in J} \tau_i^*}{q-1} + \frac{\max_{i \in J} \tau_i^*}{q-2} + \dots + \frac{\max_{i \in J} \tau_i^*}{1} \sim \ln q \cdot \max_{i \in J} \tau_i^*$$

# Algorithme randomisé

**À chaque instant  $t$  :**

**Tirer  $i$**  dans  $\{1, \dots, n\}$  avec probabilité proportionnelle à  $1/\tau_i^*$

**Diffuser** la rubrique  $M_i$

## Analyse

L'espérance du coût de l'ordonnancement est donc :

$$\text{coût(Randomisé)} \leq \sum_{\text{Journaux } J_j} p_j \cdot \ln q \cdot \max_{i \in J_j} \tau_i^* \leq 2 \ln n \cdot \text{LB} \leq 2 \ln n \text{ OPT}$$

⇒ L'algorithme randomisé est une **2 ln n-approximation**

# *Instance critique*

**L'analyse de l'algorithme randomisé est-elle correcte ?**

**Instance critique:**

**$k$  journaux tous disjoints ayant  $\ln k$  rubriques distinctes**

$$\text{Coût(Randomisé)} \sim 2 \ln k \cdot k \ln k$$

$$\text{mais } \text{OPT} \leq \text{Coût(Cyclique)} \sim k \ln k$$

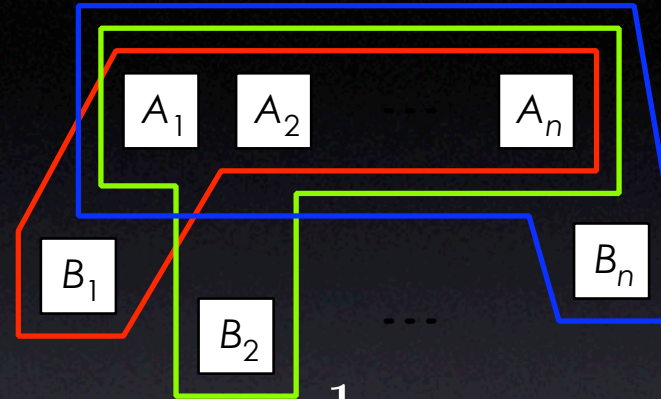
Or  $\ln k \sim \ln (k \ln k) = \ln n$ , donc sur cette instance :

$$\text{Coût(Randomisé)} \sim 2 \ln n \cdot \text{OPT}$$

# Est-ce mauvais ?

## Effet des dépendances

Étudions l'instance suivante où chaque journal est identiquement populaire



Popularité individuelles des  $A_i \sim \frac{1}{n}$  et des  $B_i \sim \frac{1}{n^2}$

Alors, les algorithmes préexistants diffusent les  $A_i$  et les  $B_i$  avec des fréquences proportionnelles à  $1/\sqrt{n}$  et  $1/\sqrt{n^2}$ , resp.

Mais pour ces valeurs  $\tau_A \sim n$  et  $\tau_B \sim n\sqrt{n}$

$$\text{LB}(\tau) \sim n \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{\max(n, n\sqrt{n})}{2} \sim \frac{n\sqrt{n}}{2}$$

alors que  $\text{Coût}(\text{Cyclique}) \sim n \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{n}{2} = \frac{n}{2} \geq \text{OPT}$

$\Rightarrow$  Ignorer les dépendances induit un surcoût d'un facteur  $\sqrt{n}$  !

*Faire mieux !*

**Les mauvaises performances de l'algorithme randomisé sont dues à l'arrivée aléatoire des rubriques.**

**Solution : ordonnancements parfaitement périodiques**

# Parfaitement périodiques

## **Lemme** (AGH95, BNP01)

Si les  $\tau_i$  sont des puissances de 2 et vérifient  $\frac{1}{\tau_1} + \dots + \frac{1}{\tau_n} \leq 1$ ,  
alors il existe un ordonnancement qui diffuse chaque  $\mathbf{M}_i$   
exactement tous les  $\tau_i$

# Algorithme Déterministe

**Pour tout  $i$** , soit  $\beta_i = 2^\ell$ , où  $2^{\ell-1} < \tau_i^* \leq 2^\ell$

**Diffuser** les rubriques suivant un ordonnancement parfaitement périodique de périodes ( $\beta_i$ )

## Analyse

Chaque rubrique  $M_i$  est diffusée tous les  $\beta_i \leq 2\tau_i^*$

Donc chaque journal  $J_j$  est téléchargé en moins de  $2 \max_{M_i \in J_j} \tau_i^*$

Ainsi,

$$\text{Coût}(\text{Algorithme 2}) \leq 4 \text{ LB} \leq 4 \text{ OPT}$$

$\Rightarrow$  C'est une 4-approximation !

# Conclusion & perspectives

## Importance de prendre en compte les dépendances

Peut induire une perte de performances d'un facteur  $\sqrt{n}$

## Une 4-approximation déterministe

## Un minorant à un facteur constant de *OPT*

permet d'évaluer *OPT* et de comparer des heuristiques entre elles (en particulier de mesurer les performances réelles des algorithmes)

# *Conclusion & perspectives*

**Amélioration du facteur d'approximation**

**Calcul rapide du minorant**

**Dissémination en-ligne avec dépendances**

Dépendances inexplorées pour l'instant

Existence d'algorithmes compétitifs par augmentation de ressources pour la variante sans dépendance (*EP02, BCKN05*)

*Merci*