

Circuits et architecture

TD 4

Rappel

Pour les circuits fonctionnels, aussi appelés circuits combinatoires, qui sont les circuits sans boucle, on peut définir la *profondeur*. Intuitivement, c'est le nombre maximum de portes que les signaux en entrée doivent traverser pour atteindre les sorties. Cela conditionne le temps de réaction du circuit (et, plus tard, la fréquence d'horloge). Formellement, on peut définir la profondeur d'un câble par récurrence :

- la profondeur des entrées du circuit est 0 ;
- la profondeur à la sortie d'une porte est $1 + \max(p_1, p_2)$, où p_1 et p_2 sont les profondeurs des câbles en entrée de la porte ;
- la profondeur du circuit est le maximum des profondeurs des câbles en sortie du circuit.

En général, on ne comptera pas les portes NON dans le calcul de la profondeur.

Exercice 1 : Incrémenteur

Q.1 Construisez un circuit non récursif qui prend un entier a en entrée (codé sous forme $a_{n-1} \dots a_0$) et calcule en sortie $a + 1$ (codé sous forme $b_{n-1} \dots b_0$). On ne s'intéresse pas aux éventuels débordements (overflows).

Q.2 On veut maintenant construire une version récursive du circuit.

On coupe l'entrée a en $a_h = a_{n-1} \dots a_{\frac{n}{2}}$ et $a_l = a_{\frac{n}{2}-1} \dots a_0$ et la sortie b en $b_h = b_{n-1} \dots b_{\frac{n}{2}}$ et $b_l = b_{\frac{n}{2}-1} \dots b_0$. À quelle condition sur b_l a-t-on $a_h = b_h$? Si ce n'est pas le cas, que vaut b_h ?

Déduisez-en une version récursive du circuit. Comptez le nombre de portes et la profondeur de ce circuit.

Exercice 2 : Autre calcul

Q.1 Construisez un circuit qui prend en entrée un nombre a et calcule $2a$.

Exercice 3 : Le décodeur

Le décodeur est un circuit à n entrées et 2^n sorties. Il reçoit en entrée un nombre x codé en binaire et met à 1 la sortie numéro x , et à 0 toutes les autres.

Q.1 Écrivez le décodeur pour $n = 1$, puis pour $n = 2$.

Q.2 Généralisez de manière non récursive pour n quelconque. De combien de portes logiques à deux entrées (sans compter les inverseurs) a-t'on besoin ? Quelle est la profondeur du circuit ?

Q.3 On va maintenant rechercher un circuit construit **récursivement** pour résoudre le problème. On considère que $n = 2^d$ et que b se décompose en $b_h = b_{n-1} \cdots b_{\frac{n}{2}}$ et $b_l = b_{\frac{n}{2}-1} \cdots b_0$.

Supposons que l'on dispose (en boîte noire) d'un décodeur pour b_l et pour b_h . Comment en faire un décodeur pour b ?

Q.4 Déduisez-en la version récursive du décodeur. Combien de portes y a-t-il ? Quelle est la profondeur du circuit ?