

Agrégation des préférences, 2017

Michel Habib

habib@irif.fr

<http://www.irif.fr/~habib>

December 13, 2017

- ▶ Google peut classer les pages suivant plusieurs critères
PageRank, SpamRank,
- ▶ Comment agréger tous ces critères en un seul qui les résume
tous ou a minima qui tienne compte de tous les critères mais
pas nécessairement de manière équivalente ?
Certains critères pouvant être plus importants que d'autres.

- ▶ C'est le fameux problème de l'agrégation des préférences, du choix social, des systèmes de vote . . .
- ▶ Il y a eu de très nombreux travaux sur ce sujet depuis deux siècles (Paradoxe de Condorcet, Théorème d'Arrow . . .).

Une vieille histoire, ces systèmes de vote

1. Jean-Charles chevalier de Borda 1733-1799
Borda inventa un système de vote, connu sous le nom de méthode Borda, qui est resté populaire parmi les réformateurs des systèmes électoraux du monde entier. Contemporain de Nicolas de Condorcet, il s'est engagé dans de nombreux débats concernant les mérites respectifs des différents systèmes de vote.
2. Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet 1743-1794
son analyse des différents modes de scrutin possibles et son "paradoxe de Condorcet".
3. Kenneth Joseph Arrow 1921 –
son théorème d'impossibilité d'Arrow, également appelé "paradoxe d'Arrow"

La paradoxe de Condorcet

Trois objets : A, B, C

trois experts qui proposent les ordres de classement suivants:

Expert1 = A, B, C

Expert2 = B, C, A

Expert3 = C, A, B

A est majoritairement (2 ordres sur 3) avant B qui est majoritairement avant C qui est majoritairement avant A

Joli paradoxe!

Le problème général : on doit classer n objets d'un ensemble $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ (les candidats ou les choix sociaux) et on dispose de k ordre totaux sur X qui expriment les préférences de k experts (ou électeurs).
Comment construire un ordre total sur X le plus proche de l'avis des experts ?

On rencontre ce problème dans de nombreux aspects de la vie courante:

- ▶ par exemple le classement dit de Shanghai des universités ordonne totalement les universités en résumant quelques critères: le nombre de prix nobel, de publications . . .

L'heuristique de Borda d'addition des scores semble la mieux adaptée au problème de Google.

Mais elle possède des défauts.

On associe à chaque objet la somme de ses rangs dans les k ordres totaux. Ce n'est pas un ordre total, il peut y avoir des ex aequo!

Références

sur les systèmes de vote:

<https://www.youtube.com/watch?v=ZoGH7d51bvc>