

Textes deTDs: Magistère Informatique

Algorithmique de graphes

Michel Habib
habib@liafa.jussieu.fr

14 décembre 2006

1 Arbres de poids minimum

1. Proposer une implémentation de l'algorithme de Kruskal. On formalisera les propriétés attendues de la structure de données. Analyse en complexité.
2. Même question pour l'algorithme de PRIM.
3. Comparaison de deux méthodes sur le plan de la complexité algorithmique.
4. À quelle condition, l'arbre de poids minimum est-il unique ?
5. Calculer le deuxième arbre recouvrant (un arbre de poids minimum étant le premier) ?
6. **Certificat** : On considère un graphe $G = (X, E)$ et $T = (X, F)$ un arbre recouvrant de G . Comment vérifier que T est un arbre recouvrant de poids minimum de G . Complexité de l'algorithme proposé.
7. Dynamicité du calcul de l'arbre de poids minimum.
8. * Comment calculer une base de cycles de poids minimum ?

2 Parcours

1. Quelles sont les analogies entre l'algorithme de Dijkstra et celui de Prim ?
2. Calcul des composantes 2-arêtes connexes à l'aide d'un parcours.
3. Résolution de 2-sat. Système de clauses en logique des proposition à deux variables par clause.
4. Plus courts chemins en distribué ou dans un réseau : le problème du routage.
5. Fermeture transitive dans un graphe et plus courts chemins : algèbres max, plus.
6. Calcul du diamètre d'un réseau

3 2-connexité

Montrer que pour un graphe non orienté G , les quatre conditions suivantes sont équivalentes :

1. G est 2-connexe
2. G n'admet pas de point d'articulation
3. $\forall x, y, z \in G$, il existe une chaîne de x à y passant par z
4. $\forall x, y, z \in G$, il existe une chaîne de x à y évitant z

4 Flots

1. Proposer une transformation du graphe pour y calculer plus facilement les chaînes améliorantes.
2. Complexité dans le pire cas de l'algorithme de Ford-Fulkerson ?
3. Comment améliorer la complexité de cet algorithme ? Peut-on concevoir d'autres méthodes pour calculer les flots maximums ?
4. Que faire lorsque les arêtes sont munies d'un coût et que l'on cherche un flot maximum de coût minimum.